فهرست مطالب

فصل اول

درسنامه

نکات بخش «اعداد و نماها و ریاضی مقدماتی»

تقدم عملیات: در انجام عملیات ریاضی، وقتی چند عمل در کنار هم قرار دارند تقدم عملیات ابتدا با ضرب و تقسیم (هر کدام که از سمت چپ زودتر قرار دارد) و سپس با جمع و تفریق خواهد بود.

نکته ۱:عملیات داخل پرانتز نسبت به بقیه عملیات اولویت دارد. البته در انجام اعمال داخل پرانتز باید تقدم عملیات به صورت فوق رعایت گردد.

نکته ۲: توان‌رسانی مقدم بر ۴ عمل اصلی (ضرب و تقسیم و جمع و تفریق) است.

نکته ۳: به سه روش می‌توان بین دو عدد گویا، عدد گویای دیگری درج کرد:

(۱) با استفاده از رابطه‌ی زیر: $\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$

(۲) با استفاده از این قاعده که همواره میانگین دو عدد گویا بین آن دو قرار دارد به عبارت دیگر اگر $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ آن‌گاه:

$$\frac{a}{b} < \frac{\frac{a}{b} + \frac{c}{d}}{۲} < \frac{c}{d}$$

(۳) ابتدا دو کسر را هم مخرج می‌کنیم سپس با توجه به این که مخرج کسرها یکی است، بین دو کسر مفروض کسری قرار می‌دهیم که مخرج آن با مخرج کسرها یکسان بوده و عدد صورت بین عددهای صورت کسرهای داده شده باشد.

نکته ۴: مجموعه اعداد گویا نسبت به اعمال جمع و تفریق و ضرب بسته است لذا جمع و تفریق دو عدد گویا، گویاست.

نکته ۵: جمع و تفریق یک عدد گنگ و یک عدد گویا همواره گنگ است.

نکات بخش «مجموعه‌ها»

ـ مجموعه دسته‌ای از اشیاء یا اشخاص یا حروف یا عقاید یا اعداد ... که کاملاً مشخص شده باشد. بعنوان مثال: «عددهای ۲و۳و۴» یا «مجموعه ماه‌های سال».

نکته: هر گروهی از اشیاء که مشخص نیستند، مجموعه نمی‌باشند.

ـ هر یک از اشیاء، حروف، افراد، اعداد و ... که یک مجموعه را می‌سازند عضوی از آن مجموعه نامیده می‌شوند، نماد $\in$ را بری عضویت بکار می‌بریم.

ـ مجموعه‌ی تهی یعنی مجموعه‌ای که دارای هیچ عضوی نمی‌باشد، مجموعه تهی را با ϕ یا $\{\ \}$ نشان می‌دهیم.

ـ مجموعه‌ی A را زیر مجموعه B گوییم اگر و تنها اگر تمام عضوهای مجموعه A در مجموعه B وجود داشته باشد. و با علامت $A \subset B$ نشان می‌دهیم.

نکته ۶: در نوشتن یک مجموعه تکرار عضوها بی‌اثر است.

نکته ۷: در نوشتن یک مجموعه ترتیب عضوها مهم نیست.

قضیه ۱: هرگاه A زیر مجموعه B باشد در آن موقع اجتماع A و B، مساوی B خواهد بود به طور خلاصه $A \subset B \Leftrightarrow A \bigcup B = B$

ـ اجتماع دو مجموعه A و B مجموعه‌ای متشکل از همه عضوهای متعلق به A یا متعلق به B یا به هر دو که آنرا با نماد $A \bigcup B$ نشان می‌دهند.

ـ مجموعه مرجع، مجموعه‌ای است که تمام مجموعه‌های مورد بحث در عالم سخن زیر مجموعه آن است. مجموعه مرجع را با حرف U یا M نشان می‌دهند.

ـ اگر A یک مجموعه و U مجموعه مرجع باشد مجموعه تمامی عضوهای از U که متعلق به A نباشند را متمم A و با A' یا $\bar{A}$ یا A^C نشان می‌دهند.

ـ اشتراک دو مجموعه A و B مجموعه‌ای متشکل از همه‌ی عضوهای مشترک در A و B و آنرا با نماد $A \bigcap B$ نشان می‌دهند.

قضیه ۲: هرگاه A زیر مجموعه B باشد، در آن موقع اشتراک دو مجموعه A و B مساوی A خواهد بود. به طور خلاصه:

$$A \subset B \Leftrightarrow A \bigcap B = A$$

ـ تفاضل دو مجموعه A و B که به صورت $A - B$ نمایش داده می‌شود مجموعه‌ای است که اعضای آن متعلق به A باشد ولی در B نباشد.

ـ قوانین دِمُرگان در نظریه مجموعه‌ها از مهمترین قوانینی هستند که در حل بسیاری از مسائل بکار می‌روند و نقش کلیدی دارند و به این صورت بیان می‌کنیم؛ اگر A و B دو مجموعه دلخواه باشند داریم:

$$(A \bigcup B)' = A' \bigcap B'$$
$$(A \bigcap B)' = A' \bigcup B'$$

ـ تعداد اعضای یک مجموعه متناهی مانند A را عدد اصلی آن مجموعه گوییم و با $n(A)$ نمایش می‌دهیم.

ـ تفاضل متقارن دو مجموعه دلخواه A و B عبارت است از اجتماع «تفاضل مجموعه اول از مجموعه دوم» و «تفاضل مجموعه دوم از مجموعه اول» در نتیجه تفاضل متقارن دو مجموعه A و B را با نماد $A\Delta B$ نشان داده و به صورت زیر تعریف می‌کنند.

$$A\Delta B=(A-B)\cup(B-A)$$

نکته ۸: تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه n عضوی A برابر است با 2^n.

نکته ۹: خاصیت جذب برای دو مجموعه‌ی A و B به صورت زیر است:

$$\begin{cases} A\cup(A\cap B)=A \\ A\cap(A\cup B)=A \end{cases}$$

نکته ۱۰: هرگاه A و B دو مجموعه متناهی و دلخواه باشند، داریم:

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$

و هرگاه دو مجموعه A و B متناهی و جدا از هم باشند $(A\cap B=\phi)$ داریم:

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)$$

و هم‌چنین داریم:

$$n(A-B)=n(A)-n(A\cap B)$$

نکته ۱۱: یکی از روش‌های نمایش مجموعه‌ها، نمایش به کمک «نمودار وِن» است. در این نمایش مجموعه‌ی مرجع را معمولاً با متوازی‌الاضلاع یا مستطیل و مجموعه‌های مورد بحث در مجموعه‌ی مرجع را با دایره یا مثلث یا ... داخل مجموعه‌ی مرجع نمایش می‌دهند.

خواص مجموعه‌ها (جبر مجموعه‌ها):

اگر A و B و C سه مجموعه و M مجموعه‌ی مرجع باشد روابط زیر برقرار است:

۱) $\begin{cases} A\cup B=B\cup A \\ A\cap B=B\cap A \end{cases}$ (اجتماع و اشتراک خاصیت جابه‌جایی دارند.)

۲) $\begin{cases} A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C \\ A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C \end{cases}$ (خاصیت شرکت‌پذیری)

۳) $\begin{cases} A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C) \\ A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C) \end{cases}$
اشتراک نسبت به اجتماع توزیع‌پذیر است.
اجتماع نسبت به اشتراک توزیع‌پذیر است.